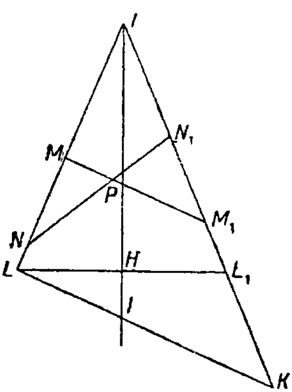
замечена прямая связь между уравнением кривой, отнесенной к асимптотам, и представлением ее, как конического сечения.

Таким образом с помощью сечений, перпендикулярных к какой-нибудь образующей, можно было представить всякую параболу, эллипс или гиперболу как сечение конуса вращения. Разумеется, нетрудно было тогда заметить и обратное, именно, что все получаемые таким образом сечения представляют параболы, эллипсы или гиперболы; и вряд ли от внимания исследователей могло ускользнуть то обстоятельство, что в этом случае особенное положение секущей плоскости не играет никакой роли.

Во всяком случае, тот же метод должен был оказаться применимым и к сечениям другого рода, как это видно из сочинения Архимеда о коноидах и сфероидах; действительно, судя по введению к этому сочинению, уже до Архимеда были знакомы со всеми эллиптическими сечениями прямых конусов, а в самом тексте этого произведения рассматриваются даже эллиптические сечения наклонных конусов с круговым основанием, именно те, которые перпендикулярны к плоскости симметрии конуса. Архимед решает здесь задачу, которую на нашем современном языке можно формулировать следующим образом: *найти круговые сечения конической поверхности второго порядка, главные сечения которой известны*; хотя Архимед ничего не говорит о расположенных аналогичным образом гиперболических сечениях, но так как он не нуждается в них для поставленных им себе задач, то его молчание на этот счет не означает вовсе, что он не был знаком с ними.



Фиг. 19

Архимед при одном случае сообщает нам даже, каким путем он нашел планиметрическое определение (détermination) плоских сечений круговых конусов.

Рассмотрим фиг. 19, где дано сечение конуса плоскостью симметрии (если конус прямой, то это всякое сечение, проходящее через ось); пусть TL и TK будут образующими, расположенными в этой плоскости. а LK — след плоскости кругового основания. Свойства плоского сечения, проекцией которого является NN_1, можно будет определить с помощью следующей планиметрической леммы: если прямые NN_1 и MM_1, пересекающие неизменные прямые LT и TK в M, N, M_1 и N_1 и пересекающиеся между собой в P, сохраняют неизменное направление, то отношение

$$\frac{PM \cdot PM_1}{PN \cdot PN_1}$$

постоянно. Назовем k это отношение. Если теперь MM_1 есть след сечения, параллельного основанию, и если y есть отрезок